



UNIVERSITETI I PRISHTINËS  
FAKULTETI I SHKENCAVE MATEMATIKE NATYRORE

Rr. Eqrem Çabej, 10000 Prishtinë, Republika e Kosovës  
Tel: +381-38-249-873 • E-mail: [fshmn@uni-pr.edu](mailto:fshmn@uni-pr.edu) • [www.uni-pr.edu](http://www.uni-pr.edu)

FSHMN

Ref. nr.

4257

Prishtinë, Dt.

13/10/2025

RAPORT VLERËSIMI TË DORËSHKRIMIT TË PUNIMIT TË DIPLOMËS  
MASTER

FAKULTETI	FAKULTETI I SHKENCAVE MATEMATIKE NATYRORE
Departamenti/ Programi	Departamenti i Matematikës/Matematikë
Projekt propozimi	<b>Funksionet superzeta dhe zbatimi i tyre / Superzeta functions and its applications</b>
Kandidati	<b>Erion Hamiti</b>
Mentori	<b>Kajtas Bllaca</b>
Aprovimi i projekt propozimit në	Datë: 29.07.2024
Këshillin e Fakultetit	Vendimi nr.: 2695

Vlerësimi i dorëshkrimit

Në vitin 1917, Mellin konsideroi një klasë të funksioneve zeta që përcaktohen duke përdorur zerot e funksionit zeta të Rimanit (Riemann) për të përkufizuar një seri të re të Dirilesë (Dirichlet). Ai e bëri zgjerimin mermorf në të gjithë rrafshin kompleks për një klasë funksionesh të tilla duke përfshirë funksionin

$$Z(s) = \sum_{\rho} \rho^{-s},$$

ku shuma merret për të gjitha zerot jotriviale të funksionit zeta të Rimanit. Voros i ka kushtuar një monografi për përgjithësimet e funksioneve të tilla dhe të cilat ai i quajti **funksionet superzeta**. Ai paraqiti tre lloje funksionesh të tilla, dhe diskutoi zgjerime të tjera të mundshme të funksioneve zeta në klasë të tjera. Qëllimi i kësaj teme të masterit është të jepet përkufizimet dhe të studiohen superzeta funksionet të përkufizuara nga Voros për funksionin zeta të Rimanit dhe superzeta funksionet në fushën e funksionit.

Le të jetë  $K$  një fushë funksionale algjebrike me genus  $g$  ku fusha e konstantes e së cilës është fusha e fundme  $\mathbb{F}_q$ . Le të jetë  $Z_K(X)$  seria fuqi e mëposhtme

$$Z_K(X) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n X^n = \prod_{D \text{ Dithjeshë}} (1 - X^{\deg(D)})^{-1},$$

ku  $C_n = \#\{D \in \text{Div}(K); D \geq 0, \deg(D) = n\}$ ;  $Z_K(X)$  është në fakt një funksion racional,

ku  $L(X)$  faktorizohet në  $\mathbb{C}[X]$  në formën

$$L(X) = \prod_{j=1}^{2g} (1 - \alpha_j X) \in \mathbb{Z}[X].$$

Tani, përkufizojmë funksionin zeta (klasik)  $\zeta_K$  të  $K$  si më poshtë: për  $s \in \mathbb{C}$ , zëvendësojmë  $X$  me  $q^{-s}$  në  $Z_K(X)$ ,

$$\zeta_K(s) := Z_K(q^{-s}) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n q^{-ns},$$

e cila konvergjon për  $\operatorname{Re}(s) > 1$ .

Dorëshkrimi i paraqitur për vlerësim trajton ndërtimin rigoroz të funksioneve superzeta të llojit të parë dhe të dytë, studimin e vetive analitike (vazhdimësia, pole, zgjerimi meromorfik), nxjerrjen e lidhjeve me koeficientët e Liut dhe funksionet e tjera speciale, shfrytëzimin e RH-së së vërtetuar për të nxjerrë veti të reja. Punimi ka 96 faqe dhe literaturën me 16 njësi bibliografike. Tema shtjellohet në pesë kapituj të cilët do t'i përshkruajmë në vijim.

Në kapitullin e parë, **Konceptet bazike**, në këtë kapitull janë paraqitur disa koncepte bazike nga teoria e fushave algjebrike funksionale (Algebraic Function Fields) që janë të nevojshme për të i'u qasur temës. Po ashtu janë dhënë disa pohime e teorema ndihmëse që përdoren përgjatë punimit. Në kapitullin e dytë, **Funksionet zeta**, është trajtuar funksioni zeta në dy fusha të ndryshme, atë klasike si funksion zeta i Rimanit dhe funksionin zeta në fushën funksionale, ndër të tjera është paraqitur analogjia e përkufizimit të funksionit zeta në fushën funksionale me atë të përkufizuar në fushën e numrave kompleks, por edhe veti dalluese ndërmjet tyre. Në kapitullin e tretë, **Koeficientët e Liut**, janë përkufizuar koeficientët e Liut dhe pasatj janë përshkruar rezultatet të kriterit të Liut në fushën e funksionit. Në kapitullin e katërt, **Superzeta funksionet**, janë përkufizuar funksionet superzeta të dy llojeve sipas Rimanit dhe në fushën funksionale, pastaj është dhënë zgjerimi meromorf i funksionit superzeta të llojit të parë në gjysmë-rrafsh dhe pastaj janë konsideruar disa vlera speciale të tij dhe është dhënë lidhja e tyre me koeficientët e Liut dhe derivatit të tij kur  $s$  është numër i plotë negativ dhe është dhënë paraqitja integrale të tij. Pastaj janë dhënë disa vlera speciale të funksionit superzeta të llojit të dytë për numra të plotë pozitivë dhe gjithashtu lidhja e tyre me koeficientët e Liut dhe në fund si zbatim i superzeta funksioneve janë dhënë disa inekuacione për disa vlera speciale të funksionve superzeta.

Si përfundim, komisioni për vlerësimin e dorëshkrimit të punimit të diplomës master me titull

### **Funksionet superzeta dhe zbatimi i tyre**

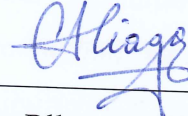
të kandidatit Erion Hamiti, konsideron që dorëshkrimi i plotëson kushtet për t'u pranuar si punim i masterit. Prandaj, Këshillit të Fakultetit të Shkencave Matematike Natyrore në Prishtinë, i propozon që ta aprovojë raportin në fjalë, në mënyrë që kandidati Erion Hamiti, të vazhdoj procedurën e paraparë për mbrojtjen publike, pas korigjimit të temës si më poshtë:

- Të shtohet kapitulli i parë, **Hyrje**, ku përshkruhet problemi kryesor dhe tema e hulumtimit, kapitujt tjerë të zhvendosen pra pas këtij kapitulli,
- Përdorimi i “**iu**”
  - Në disa raste shfaqet “për të iu qasur” → më mirë: “**për t’iu qasur**”.
- Forma **jo e njëtrajtshme e fjalës “Liut”**
  - Shfaqet si “Liut-t” në disa vende → duhet të jetë: “**Liu-t**”.
- Forma e **gabuar**:
  - “**pjestues**” → “**pjesëtues**”.
  - “**njejt**” → “**njëjt**” (faqja 11–12)
  - “**kryesor**” → “**kryesorë**” (faqja 12)
  - Emra të autorëve në referenca duhet rishikuar (p.sh. *Smajlovi c* → *Smajlović*).
- Referencat nuk janë të formatuara në mënyrë të njëtrajtshme. Disa prej tyre përdorin renditjen “Mbiemri, Emri” ndërsa të tjerat “Iniciali i emrit, Mbiemri”. Për të ruajtur koherencën dhe standardin akademik, është e nevojshme që të gjitha referencat të ndjekin të njëjtin format, p.sh.:
  - **Formati i rekomanduar**: Iniciali i emrit. Mbiemri, Titulli i punimit, Botuesi / Revista, Viti.
- Përdorimi i **gabuar i shkronjës së madhe**
  - Në disa raste “Funksion” / “Teoremë” përdoret me të madhe brenda fjalisë → duhet me të vogël, përveçse në fillim fjalisë.
- Mungesa e **ë-së në disa raste**
  - Shembuj: “eshte” në vend të “**është**”, “do te japim” në vend të “**do të japim**” (faqet 60–70).
- Shprehja “**që duhej treguar**”
  - Në disa vende mungon pika para shenjës konvencionale “□”: duhet “**që duhej treguar. □**”.

Prishtinë, 13.10.2025

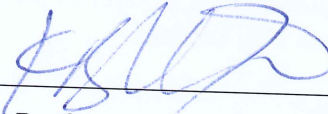
Komisioni:

1. Prof. asst. Edmond Aliaga, kryetar



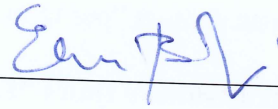
---

2. Kajtaz Bllaca, anëtar



---

3. Prof. asst. Elver Bajrami, anëtar



---