

# Disa rezultate nga Teoria Erdős-Ko-Rado

Ermal ISMAJLI

## Abstrakti i zgjeruar

Kombinatorika ekstremale është një ndër degët më të rëndësishme të kombinatorikës, e cila studion madhësinë maksimale dhe minimale të një familjeje nën kushte të caktuara. Ne në këtë tezë do t'i japim disa rezultate nga teoria Erdős-Ko-Rado, e cila ka rol mjaft të rëndësishëm në këtë degë.

Kjo teori si bazë ka teoremën Erdős-Ko-Rado, e cila është publikuar në vitin 1961. Kjo teoremë i dha përgjigje pyetjes: *Sa e madhe mund të jetë një familje nënbashkësish të një bashkësie të caktuar, në të cilën çdo dy nënbashkësi kanë të paktën një element të përbashkët?* Erdős, Ko dhe Rado, pos që gjetën kufirin e saktë për madhësinë e këtyre familjeve, ata i karakterizuan plotësisht familjet që e arrijnë këtë kufi.

Shumë matematikanë u morën me këtë teori, e cila e ka bazën në këtë teoremë, duke dhënë përgjithësime dhe variante të ndryshme të saj. Rezultate të cilat pos kombinatorikës, gjejnë zbatim edhe në fusha të tjera të ndryshme si teori të grafeve, algjebër, probabilitet, programim linear e të tjera.

Në këtë punim fillimisht do t'i japim përkufizimet themelore të kësaj teorie, duke vazhduar me vërtetime të ndryshme të kësaj teoreme. Pastaj, do të analizojmë rezultate më të avancuara si Teorema e kompletuar Erdős-Ko-Rado dhe Teorema Hilton-Milner, lidhjet me grafet Kneser, do të japim disa rezultate nga teoria e skemave të asocimit, dhe do të eksplorojmë variante dhe përgjithësime të kësaj teoreme.

Ky punim përmban 3 kapituj:

Në kapitullin e parë fillimisht prezantohen përkufizime themelore dhe formulohet teorema e famshme. Më pas jepet vërtetimi origjinal i Erdős, Ko dhe Rado, duke përdorur metodën e zhvendosjes së sistemeve të bashkësive. Do të japim vërtetime alternative si ai i Frankl-it dhe ai që bazohet në teoremën Kruskal-Katona. Si dhe rezultate më të avancuara si: Teorema e kompletuar Erdős-Ko-Rado, Teorema Hilton-Milner, disa rezultate për bashkësitë kryq prerëse, rezultate për familjet e vektorëve nga bashkësia  $\{-1, 0, 1\}^n$ , si dhe duke dhënë disa variante dhe përgjithësime të Teoremës Erdős-Ko-Rado.

Kapitulli i dytë trajton lidhjet e Teoremës EKR me teorinë e grafeve. Fillimisht paraqiten grafet Kneser, të cilët ndihmojnë në riformulimin e problemit të familjeve prerëse si një problem të koklikave në grafe. Pastaj, zhvillohet teoria e kufijve klikë-koklikë, dhe tregohet si këto rezultate mund të përdoren për të dhënë vërtetime alternative të teoremës. Me ndihmën e kësaj teorie, trajtohen probleme të avancuara në kombinatorikë.

Kapitulli i tretë trajton teorinë e skemave të asocimit dhe algjibrës Bose-Mesner. Kjo qasje ofron një bazë të fortë me aplikime të shumta dhe të rëndësishme.

Megjithëse teoria e prezantuar është e njohur, vlera e punimit qëndron në prezantimin e qartë dhe të organizuar mjaft mirë të kësaj teorie. Punimi mund të shërbejë si një referencë e dobishme për studentë dhe studiues, që dëshirojnë të thellohen në këtë fushë mjaft interesante dhe me vlerë të matematikës.