



UNIVERSITETI I PRISHTINËS
“HASAN PRISHTINA”
FAKULTETI I SHKENCAVE MATEMATIKE NATYRORE

Rr. Eqrem Çabej, 10000 Prishtinë, Republika e Kosovës
Tel: +381-38-249-873 • E-mail: fshmn@uni-pr.edu • www.uni-pr.edu

FSHMN

Ref. nr. 2014

Prishtinë, Dt. 26/06/2025

RAPORT VLERËSIMI I DORËSHKRIMIT TË PUNITIT TË DIPLOMËS
MASTER

FAKULTETI	FSHMN
Departamenti/ Programi	Matematikë
Projektpropozimi	Homologjia persistente me zbatime
Kandidati	Arbesa Berisha
Mentori	Prof. Asoc. Dr. Qëndrim Gashi
Aprovimi i projekt propozimit në Këshillin e Fakultetit	Datë: 26.11.2024
	Vendimi nr: 5738

Vlerësimi i dorëshkrimit

Dorëshkrimi i paraqitur për vlerësim i kushtohet studimit të homologjisë persistente me zbatim. Homologjia persistente përbën një teknikë bazike të topologjisë llogaritëse (kompjutese). Ajo përdoret për studimin e vetive gjeometrike të të dhënave. Më saktësisht, ajo i studion vetitë topologjike që qëndrojnë (janë *persistente*) përgjatë përshkallëzimeve të ndryshme të të dhënave. Nocioni i kësaj homologjie është mjaft i ri (i takon shekullit të 21-të) dhe ka gjetur zbatim në fusha nga më të ndryshmet. Në këtë temë është paraqitur një i tillë nga mjekësia, studimi i autizmit.

Punimi ka 148 faqe dhe literaturën me 19 njësi bibliografike. Tema shtjellohet në tetë kapituj të cilët do t'i përshkruajmë në vijim.

Kapitulli i parë e përmban një hyrje të punimit, ku paraqitet një historik i shkurtër i homologjisë persistente si dhe përshkruhet secili kapitull veç e veç.

Kapitulli i dytë e diskuton nocionin e komplekseve të simplekseve si dhe atë të komplekseve të qelizave. Ideja bazë e kapitullit është që një hapësirë, potencialisht e ndërlikuar, e cila ndahet në komplekse të pjesëve "më të vogla" mund të studiohet më lehtë përmes atyre pjesëve dhe teorisë se si ato pjesë bëhen bashkë.

Kapitulli i tretë e fillon studimin e topologjisë algjebrike, duke i atribuuar hapësirave invariante të ndryshme algjebrike dhe duke i studiuar vetitë topologjike ose gjeometrike, ta zëmë numrin dhe llojin e vrimave, përmes atyre invarianteve. Këtu futen nocionet e zinxhirëve, kufijve, cikleve, grupeve të homologjisë, si dhe jepen shembuj të llogaritjes së homologjisë. Në veçanti studiohet homologjia zero, si dhe homologjia e grafeve e ajo e sipërfaqeve.

Kapitulli i katërt e paraqet homologjinë singulare, e cila është aparaturë e përgjithshme që nuk varet nga triangulimi i hapësirës. Në këtë kapitull studiohet po ashtu invarianca homotopike, vargu ekzakt, homologjia relative, dhe vargu i ekzakt Mayer-Vietoris. Në fund të kapitullit vërtetohet se si homologjia singulare përputhet me atë simplekse kur zgjedhet struktura e Δ kompleksit.

Kapitulli i pestë e trajton thelbin e këtij punimi, homologjinë persistente, ku motivi qendror është që në vend të një hapësire të vetme, të shqyrtohen vargje hapësirash të përfshira në njëra-tjetrën dhe të studiohet ndryshimi i klasëve të homologjisë. Këtu diskutohet intuita gjeometrike prapa homologjisë persistente, filtrimi i komplekseve, vizualizimi i homologjisë persistente (barkodi, diagrami i persistencës), si dhe sqarohet në hollësi dhe me shembuj llogaritja e homologjisë persistente.

Kapitulli i gjashtë e jep konstruktimin e komplekseve të simplekseve nga *point cloud*. Shpjegohen komplekset Rips, ato të Čechut, përgjithësimi në komplekse të nervit, si dhe studiohen vetitë e

ndërthurjes.

Kapitulli i shtatë i kushtohet konceptit të stabilitetit në teorinë e homologjisë persistente. Diskutohen filtrimet e vazhdueshme, modulet e persistencës, distanca *bottleneck*, si dhe teorema e stabilitetit, një prej rezultateve kryesore në këtë teori.

Kapitulli i tetë, i cili është edhe kapitulli i fundit, e jep një zbatim me interes në studimin e autizmit. Jepet metodologjia, analiza topologjike e në fund fare bëhet interpretimi i rezultateve nga analiza topologjike në këtë problem nga fusha e mjekësisë.

Ky dorëshkrim e paraqet një kontribut serioz dhe të çmueshëm për komunitetin tonë shkencor, në prezantimin dhe përhapjen e ideve moderne të topologjisë llogaritëse dhe të zbatimit të saj. Si përfundim, komisioni për vlerësimin e dorëshkrimit të punimit të diplomës master me

titull Homologjia persistente me zbatime

të kandidatës **Arbesa Berisha**, konsideron që dorëshkrimi i plotëson kushtet për t'u pranuar si punim i masterit. Prandaj, Fakultetit të Shkencave Matematike Natyrore në Prishtinë, i propozon që ta aprovojë raportin në fjalë, në mënyrë që kandidatja Arbesa Berisha, ta vazhdojë procedurën e paraparë për mbrojtjen publike.

Prishtinë, 26.06.2025 Komisioni:

1. Dr. sc. Menderes Gashi, kryetar



2. Dr. sc. Qëndrim Gashi, anëtar



3. Mr. sc. Ramadan Limani, anëtar

