



UNIVERSITETI I PRISHTINËS
"HASAN PRISHTINA"
FAKULTETI I SHKENCAVE MATEMATIKE NATYRORE

Rr. Eqrem Çabej, 10000 Prishtinë, Republika e Kosovës
Tel: +381-38-249-873 • E-mail: fshmn@uni-pr.edu • www.uni-pr.edu

FSHMN

Ref. nr.

2650

Prishtinë, Dt.

25-07-2024

RAPORT VLERËSIMI TË DORËSHKRIMIT TË PUNIMIT TE DIPLOMES
MASTER

FAKULTETI	FSHMN
Departamenti/ Programi	Matematikës
Projektpropozimi	Diametri i grafeve dhe familjet e zgjeruara të grafeve
Kandidati	Shpëtim Mulliqi
Mentori	Prof. Asoc. Dr. Armend Shabani
Aprovimi i projekt propozimit në Këshillin e Fakultetit	Datë: 30.03.2023 Vendimi nr.: 1452

Vlerësimi i dorëshkrimit

Dorëshkrimi i paraqitur për vlerësim trajton grafet e zgjeruara (angl. *expander graphs*), që janë një lloj i veçantë i grafeve. Duke i konsideruar kulmet e grafit si objekte që dëshirojmë t'i lidhim ndërmjet veti, (p.sh, kompjuterët, telefonët, etj), ndërsa brinjët e grafit si lidhjet në mes tyre (p.sh kabllot me fije optike, linjat telefonike, etj.), do të donim që të kemi numër të madh të kulmeve, në mënyrë që shumë njerëz (pajisje) do të komunikonin ndërmjet veti, ndërsa në anën tjetër, të kemi sa më pak brinjë që është e mundshme (në mënyrë që të kursejmë kabllot, rrjeti të transmetojë informacionin sa më shpejtë etj). Zgjidhja e këtij problemi, pra të kemi grafe me sa më shumë kulme, sa më pak brinjë, dhe të sigurta (të lidhura mirë) shpie në përkufizimin dhe konstruktimin e familjeve të zgjeruara të grafeve. Synimi i këtij punimi është të paraqes nocionet dhe kuptimet themelore, si dhe rezultatet më të rëndësishme nga teoria e grafeve të zgjeruara duke vënë në theks të veçantë idenë se nga cilat vargje të grupeve mund të formohen familje të zgjeruara të grafeve. Punimi shqyrton rezultatet kryesore të fushës në fjalë, qoftë duke hulumtuar në monografi të rëndësishme të lëmisë, apo punime që ndërlidhen me temën. Punimi ka 91 faqe dhe literaturën me 24 njësi bibliografike. Punimi shtjellohet në pesë kapituj të cilët do t'i përshkruajmë në vijim.

Kapitulli i parë është hyrës dhe në të janë përmbledhur, analizuar dhe sistematizuar rezultate themelore nga teoria e grafeve të rëndësishme për pjesën tjetër të temës. Më konkretisht, përkufizohen grafet e

Cayley-it, operatori i fqinjësisë dhe vlerat vetjake, matrica e fqinjësisë së një grafi, podhimi i matricave të fqinjësisë, etj.

Në kapitullin e dytë përkufizohet konstanta izoperimetrike e një grafi, përmes së cilës tregohet se kur një varg grafesh paraqet familje të zgjeruar të grafeve. Tutje, përkufizohen faktor-grafet, homomorfizmi mes grafeve. Vazhdohet me gjeneratorët e Schreier-it përmes të cilëve tregohet se nga vargu i grupeve të fundme (G_n) nuk mund të fitohet një familje e zgjeruar e grafeve, nëse ekziston ndonjë faktor-varg i (G_n) (ose ndonjë varg i nëngrupeve me indeks të kufizuar të (G_n)) nga i cili nuk mund të fitohet një familje e tillë. Në fund të kapitullit, duke shfrytëzuar vlerat vetjake të grafit, jepet një kusht ekuivalent (e njohur si Teorema e Rayleigh-Ritz-it) që tregon se kur një varg grafesh është familje e zgjeruar e grafeve.

Në kapitullin e tretë, shqyrtohen vetitë e diametrit të grafeve. Fillimisht tregohet se nëse (X_n) është familje e zgjeruar e grafeve d – të rregullta ($d \in \mathbb{N}$), atëherë (X_n) ka diametër logaritmik. Ky rezultat është i përshtatshëm për të vlerësuar se kur një varg grafesh nuk paraqet familje të zgjeruar të grafeve. Tutje përkufizohet diametrin logaritmik i një vargu të grupeve (G_n). Tregohet (me vërtetim kombinatorik) se nuk ekziston varg i grupeve abeliane nga i cili mund të fitohet një familje e zgjeruar e grafeve. Me një shembull konstruktivohet një varg grupesh joabeliane nga i cili nuk mund të fitohet familje e zgjeruar e grafeve. Tutje caktohet një klasë e vargjeve të grupeve nga të cilat nuk mund të fitohet familje e zgjeruar e grafeve. Më konkretisht tregohet se nëse (G_n) është varg i grupeve të fundme, të tilla që $|G_n| \rightarrow \infty$, kur $n \rightarrow \infty$ dhe nëse për çdo n , G_n është i zgjidhshëm sipas derivatit të rendit $\leq k$ ($k \in \mathbb{N}$), atëherë nga (G_n) nuk mund të fitojmë familje të zgjeruar të grafeve

Në kapitullin e katërt, fillimisht zgjerohet edhe më tej familja e grupeve, nga të cilat nuk mund të fitohet familje e zgjeruar e grafeve. Duke shfrytëzuar prodhimin gjysmëdirekt, përkufizohet prodhimi kurorë (angl. *Wreath product*), përmes të cilit konstruktivohet vargu i grupeve CCC_n , (grafet ciklike kub të lidhura) i cili është “pothuajse” familje e zgjeruar e grafeve. Ky varg jep një ide se në çfarë forme mund të kërkohen vargjet e grupeve nga të cilat mund të fitohet familje e zgjeruar e grafeve. Në fund, bëhet konstruktimi i një familje të zgjeruar të grafeve.

Edhe në kapitullin e pestë konstruktivohet një familje e zgjeruar e grafeve, tani përmes të ashtuquajturit prodhimi zig-zag. Në kapitullin 4 pamë që grafet kub të lidhura të cikleve CCC_n , “pothuajse” formuan një familje të zgjeruar të grafeve. Grafi CCC_n u konstruktua duke zëvendësuar secilin kulm të hiperkubit n dimensional me një tufë të kulmeve, pra secilit kulm të hiperkubit i korospondon një n -cikël. Kjo ide deri diku përcillet tek konstruktimi i prodhimit zig-zag i dy grafeve X, Y , duke zëvendësuar secilin kulm të X me një tufë korosponduese nga Y .

Si përfundim, komisioni për vlerësimin e dorëshkrimit të punimit të diplomës master me titull

Diametri i grafeve dhe familjet e zgjeruara të grafeve

të kandidatit Shpëtim Mulliqi, konsideron që dorëshkrimi i plotëson kushtet për t'u pranuar si punim i masterit. Prandaj, propozon që të vazhdohet me procedurat e mëtejshme në përputhje me rregullat e Rregullorës për studime Master.

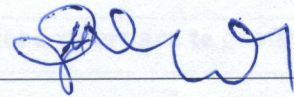
Prishtinë, **25.07.2024**

Komisioni:

1. Prof. Asoc. Dr. Armend Shabani, kryetar



2. Prof. Asoc. Dr. Menderes Gashi, anëtar



3. Prof. Asoc. Dr. Qëndrim Gashi, anëtar



FAKULTETI	TSIMNI
Departamenti i Matematikës	Matematikë
Departamenti i Matematikës	Diametri i grafeve dhe familjet e zgjeruara të grafeve
Kandidati	Shpëtim Mulliqi
Drejtori	Prof. Asoc. Dr. Armend Shabani
Approvimi i projektit propozuar në	Data: 26.07.2024
Këshilli i Fakultetit	Vendimi nr. 1457